ABSCHNITT 1

VOM EINDIMENSIONALEN ZUM ZWEIDIMENSIONALEN 'RAUM'

§1 Aufrüstung zum zweidimensionalen Vorstellungs-Raum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ – Strategie

Ich beginne die Erkundung der Systemstruktur mit der unter Punkt 1 gestellten Aufgabe. Im ersten Abschnitt zeige ich, wie der in Kapitel 1, §20 eingeführte $\mathbb{V}'\mathbb{R}_1$ zum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ erweitert wird. Das Vorgehen wird anhand einer geometrischen Bilderfolge (Bilder 2-2 bis 2-7) erläutert.

Nach den Vorüberlegungen ist klar, welche Logik dem für die vorliegende Studie massgeblichen System zugrunde liegt, das den unscharfen Augustinischen Ausdruck f$\mathbb{SG}$ bestimmen soll. Offen ist aber noch die Frage: Wie, falls überhaupt, kann man von $\mathbb{V}'\mathbb{R}_1$ zu einem zwei-dimensionalen Raum kommen, in dem sich die rein intuitiven 'schematischen' Darstellungen der Bilder 1-1, sowie 1-2a und 1-2b in Kapitel 1, insbesondere die Darstellung der ganz auf Inklusions-Beziehungen reduzierten Bilder 1-2a und 1-2b mittels einer streng mathematischen Topologie rational rekonstruieren lassen?

Die *Strategie*, die ich für diese Rationalisierung in Anspruch nehme, besteht in der Beschaffung einer zweiten mathematischen Variablen (neben der ersten, dem Diversitäts-Grad DG), einer Variablen, auf die sich eine weitere Raum-Dimension so gründen lässt, dass sich im entstehenden zweidimensionalen Vorstellungsraum, $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ Position und Ausdehnung der Bedeutungsfelder der Quellenausdrücke der Momente von f$\mathbb{SG}$ topologisch festlegen lassen. Diesen Strategie-Schritt nenne ich *Dimensions-Erweiterung*.

§2 Dimensions-Erweiterung – Bestimmtheitsgrad.

In Kapitel 1 (§20, Abschnitt 8, Menupunkt 11) wurde für eine erste Raum-Dimension eine passende mathematische Variable schon beschafft: Es ist der Diversitäts-Grad [0<=DG<=1]. Damit ist eine objektivierende Verräumlichung der quasi-objektiven Vorstellungs-Sphäre $\mathcal{V}'\mathcal{S}^*$ zum eindimensionalen, formal definierten Vorstellungs-Raum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_1$ gelungen. Zum quasi-objektiven zweidimensionalen Vorstellungs-Raum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ gelange ich nun, indem ich, wie oben angekündigt, eine zweite Variable definiere, den so-genannten Bestimmtheits-Grad, Kürzel BG, mit dem Variationsbereich [0<=BG<=1]. Ich führe BG in enger Anlehnung an das in Kapitel 1 besprochene iterative Entfaltungsverfahren folgendermassen ein:

- Zuerst ordne ich die hierarchisch aufeinander bezogenen Momente (Konnotationen) von f$\mathbb{SG}$ ihrer hierarchischen Ordnung nach; das geschieht, wie in Bild 2 dargestellt, dadurch dass ich Momente gleicher Ordnung mit derselben Farbe wiedergebe. Die Ordnungszahl eines Moments in der Hierarchie ist in Bild 2 durch eine Zahl in runder Klammer über dem jeweiligen Moment angegeben; von den unendlich vielen Momenten sind nur die der Ordnung 0 (Ur-Grenzen), 1 (Bedeutungskern) und 2 (Primärmomente) wiedergegeben; die unendlich vielen übrigen Momente höherer Ordnung muss man dazu denken.
- In den Bildern 2-3 und 2-4 ziehe ich dann die Momente gleicher Ordnung (bzw. gleicher Farbe) auf jeweils eine eigene Hilfsachse herunter. Jede Hilfsachse verläuft parallel[1] zur ursprünglichen (Haupt-/Bezugs-) Achse (Bild 2-2)[2]. Zu jeder Ordnung gehört eindeutig eine Hilfsachse, sowie ein Bestimmungs-Schritt (am linken Rand vermerkt).

Verbindet man die Momente, alias Quellen-Instanzen[3], wie in den Bildern 2-5 und 2-6 gezeigt, mit den Inklusionslinien, so entsteht eine Art zweidimensionale Darstellung des hierarchischen Systems

[1] unter Beibehaltung der Positionen in der Horizontalen (DG-Dimension)

[2] In den Bilder 2-4 bis 2-6 sind die Vertikal-Abstände der Hilfslinien, Bestimmungs-Schritte willkürlich äquidistant gewählt; die Vertikal-Dimension ist nach wie vor nicht metrisiert, sondern noch immer ebenso intuitiv wie in Kapitel 1 in den Bildern 1-2a und 1-2b.

[3] Wenn die Momente alle auf einer Achse im Bedeutungsfeld der Bezugs-Instanz liegen, handelt es sich um Konnotationen; wenn Momente entfaltet sind, d.h. auf eine ihrer Ordnung entsprechende Hilfsachse gezogen sind, spreche ich von *Quelleninstanzen*.

der Momente[4] von f$\mathbb{SG}$ bzw. des Bedeutungsfelds $\mathbb{BF}$(f$\mathbb{SG}$). Damit ist ein Ansatz gefunden, auf dessen Grundlage nun die für einen formal definierten zweidimensionalen $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ benötigte zweite numerische Variable definiert werden kann: Es geht also darum, eine passende numerische Variable für die Vertikal-Dimension zu finden.

Der Sache nach geht es in der Vertikalen offenbar um Bestimmtheit; denn die Hilfsachsen in den Bildern 3 bis 6 stellen ja Bestimmtheits-Stufen dar, d.h. Schritte im iterativen Entfaltungs- bzw. Bestimmungs-Prozess. Die Bestimmtheit wird nun, unter Bezug auf diese Bestimmtheits-Stufen, durch einen analog zum Diversitätsgrad gebildeten Bestimmtheitsgrad BG operationalisiert. Für die formale Definition der Variablen BG muss ein formaler Zusammenhang zwischen Bestimmtheits-Stufe und zu definierendem Bestimmtheitsgrad BG gegeben sein. Es folgt nun eine Überlegung, aus der sich ein Zusammenhang dieser Art ergibt.

Ich beginne bei der Qualität, in der sich die Momenten-Hilfsachsen unterscheiden; das ist die Bestimmtheit; denn die hierarchische Anordnung der Momente gleicher Ordnung auf einer jeden Hilfsachse ist determiniert durch die jeweils erreichte Bestimmtheits-Stufe im iterativen Entfaltungs-Algorithmus. Daraus ergibt sich als erste Erkenntnis der Satz:

> Die Bestimmtheit ist minimal auf Bestimmungs-Stufe n=0, auf der das Bedeutungsfeld noch gänzlich unerschlossen ist; und sie erreicht ihr Maximum, wenn das Bedeutungsfeld vollständig erschlossen ist, d.h. wenn die Momente, alias Konnotationen alle entfaltet sind.

Damit zeichnet sich die Möglichkeit ab, für die Bestimmtheit bzw. die Vertikal-Dimension eine Graduierung einzuführen, und über diese BG zu definieren in Abhängigkeit von der Bestimmungs-Stufe n. Hierfür ist eine Abbildung f: n ⇨ BG bzw. eine Funktion: BG= f(n) zu bestimmen, welche die Abhängigkeit des Bestimmtheitsgrads BG von n ausdrückt.

Für die gesuchte Funktion f(n) muss offenbar gelten, dass zu Beginn der iterativen Entfaltung, also für die Bestimmtheits-Stufe n=0 der Bestimmtheitsgrad BG minimal und damit 0 (gänzliche Unbestimmtheit) ist, also

$$BG(0) = f(0) = 0; \tag{2.1}$$

doch welchen Wert soll BG für eine beliebige Stufe n annehmen, d.h. was ist f(n), n>0 ? Insbesondere interessiert: Wann ist BG=1 und damit maximal?

Ich überlege folgendermassen weiter: Die Bestimmtheit, bezogen auf die Strecke $\mathbb{S}(\mathbb{E},\mathbb{A})$[5], ist umso grösser, je mehr Momente entfaltet sind, d.h. auf $\mathbb{S}(\mathbb{E},\mathbb{A})$ lokalisiert sind. In Bild 2 sind die Momente zu sehen, nämlich:

- 4 blau eingezeichnete Sekundär-Momente auf Bestimmungs-Stufe (-Schritt) n=3,
- 2 rote Primär-Momente auf Stufe n=2,
- 1 'Moment', der Bedeutungskern von $\mathbb{BF}$(f$\mathbb{SG}$), auf Entfaltungs- oder Bestimmungs-Stufe 1,
- sowie 0 Momente zwischen $\mathbb{E}$ und $\mathbb{A}$ auf Stufe 0, auf der die Grenz-Halbinstanzen $\mathbb{E}$ und $\mathbb{A}$ noch gänzlich unvermittelt sind.

Nun bestimme ich allerdings die Bestimmtheit nicht direkt, sondern auf einem Umweg über die *Unbestimmtheit*. Diese ist umso grösser, je grösser *die noch nicht entfalteten Segmente* zwischen zwei unmittelbar benachbarten (entfalteten) Momenten sind[6], also je grösser auf einer Hilfsachse *die noch nicht erschlossenen Abschnitte* der Strecke $\mathbb{S}(\mathbb{E},\mathbb{A})$ sind. Da die Segmente auf einer durch n definierten Bestimmungs-Stufe, alias Hilfsachse alle gleich gross sind, kann ein beliebiges Segment herausgegriffen werden, d.h. der Abstand zwischen zwei beliebigen unmittelbar benachbarten Momenten.

---

[4] Dargestellt sind stets die Bedeutungskerne $BK(I^{(m)}{}_n)$ der Momente bzw. zugehörigen Quellen-Instanzen $I^{(m)}{}_n$.

[5] $\mathbb{S}(\mathbb{E},\mathbb{A})$ ist die Strecke auf $\mathbb{V}'\mathbb{R}_1$ zwischen $\mathbb{E}$ und $\mathbb{A}$.

[6] Diese Segmente sind auf der jeweils betrachteten Bestimmungs-Stufe n alle gleich gross.

Konkret läuft das darauf hinaus, dass auf Stufe n=0 das auf dieser Stufe einzige 'Segment', nämlich die Strecke $S(E,A)$ als ganze, wie diese Strecke selbst den (Längen-)Wert 1 besitzt, d.h. d(0) =1, wenn d(n) die Distanz nächster Nachbar-Momente auf Bestimmungs-Stufe n ist.

Sei Z(n) die Anzahl Instanzen pro Bestimmungs-Stufe n, wobei offenbar $Z(n)= 2^n$ ist, dann gilt für d(n), wegen d= 1/Z :

$$d(n)=1/2^n=2^{-n}. \tag{2.2}$$

Für die ersten Bestimmungs-Stufen n= 0,1,2 ergibt sich:

$$d(0)=1,$$

$$d(1)=1/2,$$

$$d(2)=1/4,$$

usw.

Der Abstand d(n) benachbarter Momente bzw. Quellen-Ausdrücke[7], der gemäss Gleichung (2.2) durch die Zahl Z(n) der auf Bestimmungs-Stufe n entfalteten Momente gegeben ist, kann als Mass für die auf Stufe n der Iteration noch verbliebene Unbestimmtheit verwendet werden, und weiter direkt als Unbestimmtheitsgrad[8] BG^- :

$$BG^-= d(n); \tag{2.3}$$

denn der Variationsbereich des solchermassen definierten BG^- ist, wie für eine Graduierungs-Grösse zu fordern, $[0<= BG^-<=1]$.

Der Übergang vom Unbestimmtheitsgrad $BG^-(n)$ zum eigentlich interessierenden Bestimmtheitsgrad BG(n) ist einfach:

$$BG(n)= 1- BG^-(n), \tag{2.4}$$

woraus mit Gleichung (2.3) folgt:

$$BG(n)= f(n)= 1- d(n)$$

und weiter, wegen (2.2),

$$BG(n) = f(n) = 1-d(n) = 1- 2^{-n} . \tag{2.5}$$

Zu Beginn der Iteration, auf Bestimmungs-Stufe n=0 ist, in Übereinstimmung mit (2.1), BG(0) = $f(0) =1-2^0= 1-1 =0$.

Auf der ersten Bestimmungs-Stufe (Entfaltungs-Stufe), n=1, d.h. nach dem ersten Bestimmungs-Schritt ist $BG(1) = 1-2^{-1}=1-1/2=0.5$. und weiter dann,

für n=2: $BG= 1-2^{-2} =1-1/4=3/4=0.75$;

für n=3: $BG= 1-2^{-3} =1-1/8=7/8=0.875$; usw.

Mit jedem Bestimmungs-Schritt nimmt d(n) um den Faktor 0.5 ab und BG, entsprechend der Formel (2.5), zu.

Mit der nunmehr erarbeiteten Graduierung der Bestimmtheit,

$$BG = 1-2^{-n}$$

[7] genauer: der Abstand der Bedeutungskerne benachbarter Quellenausdrücke

[8] Das hochgestellte Minuszeichen am Symbol BG^- soll semantisch aus dem Bestimmtheitsgrad einen Unbestimmtheitsgrad machen.

ist die gesuchte Metrik für die zweite Dimension, die Vertikal-Dimension, gefunden (Bild 2-7) und zusammen mit DG (oder IG) der zweidimensionale Vorstellungsraum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$. Wie sich die erschlossenen[9] Momente des Bedeutungsfelds $\mathbb{BF}$(f$\mathbb{SG}$) in $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ darstellen, ist in Bild 2-8 zu sehen. Dass diese Darstellung der Bedeutungsfelder, nach Lage und Erstreckung in $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$, nicht nur intuitiv begründet ist, sondern auch formal, wird in Abschnitt 2 ausgeführt. Zunächst soll aber der über Graduierung konstruierte zweidimensionale Vorstellungsraum unter die Lupe genommen werden. Was genau haben wir da vor uns?

§3 Besonderheiten des Vorstellungs-'Raums' $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$

Es könnte der Eindruck entstehen mit dem in Bild 2-7 dargestellten Rahmen, letztlich dem $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ wäre so etwas wie ein Koordinatensystem für einen vielleicht Euklidischen, jedenfalls aber Metrischen Raum gefunden. Dieser Endruck wäre irreführend. Tatsächlich handelt es sich bei dem in §2 konstruierten 'Raum'-Gerüst um ein sehr spezielles Gebilde: Mindestens zwei Besonderheiten zeichnen es gegenüber einem zweidimensionalen Metrischen Raum im herkömmlichen Sinn (etwa Kants) aus:

1. Horizontal- und Vertikal-Dimension generieren kein Cartesisches Koordinatensystem.
2. In $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ kommt ausser Σ(f$\mathbb{SG}$) kein Objekt vor;
   Σ(f$\mathbb{SG}$) füllt $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ vollständig aus.

Ad 1.: Die Dimensions-Variablen 'Diversitätsgrad ', DG, und 'Bestimmtheitsgrad', BG, generieren kein Koordinatensystem im Sinn der Analytischen Geometrie[10]

Der 'Raum', $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ ist nicht voraussetzungslos generiert; seine Zweidimensionalität, d.h. die zweite Dimensions-Variable BG hängt untrennbar mit den hierarchisch aufeinander bezogenen Momenten von f$\mathbb{SG}$ ab, bzw. von den Quellen-Instanzen dieser Momente. Über diese und die Bestimmtheits-Stufe n, hängt BG letztlich von der Entfaltungs-Operation, dem Iterations-Verfahren ab. Ohne den Bezug auf dieses Verfahren verliert der Bestimmtheitsgrad seinen Sinn. Im Gegensatz zu diesem Sachverhalt ist ein mathematisches Koordinatensystem (äusserlich ähnlich wie in der Analytischen Geometrie eingesetzt) weitestgehend unabhängig von dem, was in ihm dargestellt wird; alle in einem $\mathbb{R}_2$ darstellbaren Objekte benützen denselben konkreten $\mathbb{R}_2$. Nicht so die sprachlichen Subjekt-Ausdrücke in $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$.

Jeder sprachliche Subjekt-Ausdruck spr$\mathbb{SA}$ eines 'Ganzen'[11] bringt seinen eigenen spezifischen Vorstellungsraum mit. Es gibt, wie sich gezeigt hat, keinen $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ als offenen oder leeren Raum, in dem *alle* Ganzheiten darstellbar wären[12]. Genau das aber müsste man von einem mathematischen Koordinatensystem verlangen.

Fazit: Der in §2 erarbeitete und in Bild 7 visualisierte zweidimensionale Bezugsrahmen, alias Vorstellungs-'Raum' $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ für das Momentensystem sprachlicher Subjektausdrücke eines Ganzen ist kein Koordinatensystem im Sinn der Analytischen Geometrie. Am einfachsten ist dies daran zu erkennen, dass die beiden Dimensionen nicht unabhängig sind voneinander.

Wenn man will, kann man das als Zeichen dafür interpretieren, dass der hier aufgestellte Vorstellungsraum eben nichts Äusserlich-Konkretes darstellt, sondern etwas Mental-Innerliches, und im Einklang damit, wie kaum anders zu erwarten, etwas Lebendiges ist.

[9] Momente nenne ich 'erschlossen', wenn die in ihnen aufgehobenen und zu Bestandteilen eines fremden Bedeutungsfelds herabgesetzten Nebenbedeutungen wieder als selbständige Instanzen (Quellinstanzen der jeweiligen Momente) erfasst (und dargestellt) sind.

[10] was jedoch nicht ausschliesst, dass in $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ Formalismen anwendbar sind, die sich ebenso in der Analytischen Geometrie finden, zum Beispiel beim Konvergenznachweis in §5 (Abschnitt 3, Menupunkt 4).

[11] In §16 erläutere ich, weshalb die in diesem Kapitel ausgearbeitete räumliche Darstellung sprachlicher Subjekt-Ausdrücke spr$\mathbb{SA}$ nur für solche spr$\mathbb{SA}$ gilt, die ein *Ganzes* ausdrücken.

[12] Solange man nur die formale Seite der Verräumlichung betrachtet, sind zwar alle $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ identisch, doch die Bedeutung der 'Raum'-Elemente ist jedes Mal eine andere.

Ad 2.: Der hierarchisch verfasste Vorstellungs-'Raum' $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ ist kein Raum im Sinne Kants

Weiter fällt auf, dass $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ auch kein Raum im Sinne der Kantschen Metaphysik ist. In der Tat, für einen Raum im Kantschen Sinn müsste gelten, dass der Raum "als die *Bedingung der Möglichkeit der Erscheinungen*, und *nicht_als eine von ihnen abhängende Bestimmung* angesehen" [werden könnte], "*und eine Vorstellung a priori*" [sein müsste], "*die notwendiger Weise äusseren Erscheinungen zum Grunde liegt*."[13] Und weiter, in Abschnitt 3[14]:

"*Der Raum ist kein diskursiver, oder, wie man sagt, allgemeiner Begriff von Verhältnissen der Dinge | überhaupt, sondern eine reine Anschauung. Denn erstlich* kann man sich nur einen einigen Raum vorstellen*, und wenn man von vielen Räumen redet, so versteht man darunter nur Teile eines und desselben alleinigen Raumes. ... Diese Teile können auch nicht vor dem einigen allbefassenden Raume gleichsam als dessen Bestandteile (daraus seine Zusammensetzung möglich sei) vorhergehen, sondern nur in ihm gedacht werden*. ..."[15]

Gegen das von Kant verwendete Raum-Konzept sprechen beim Bezugsrahmen $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ folgende Sachverhalte:

1. Der $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ ist per Definition von der quasi-objektiven (intersubjektiven) Erscheinung der konnotativen Momente des, als Objekt betrachteten, sprachlichen Ausdrucks $f\mathbb{SG}$ abhängig.
2. Es gibt zu jedem sprachlichen Ausdruck für irgend ein 'Ganzes' einen eigenen spezifischen $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ und ein zugehöriges spezifisches Instanzensystem.
3. Die spezifischen Vorstellungsräume können nicht zu einem einzigen umfassenden vereinigt werden.

Damit ist klar, dass $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ kein 'normaler' Raum im Sinne Kants oder überhaupt der philosophischen Tradition ist, ja nicht einmal ein separierbarer mathematischer Raum; denn die Instanzen, welche die Grund-Mannigfaltigkeit ('Raum'-Punkte) konstituieren, sind von Anfang an, über die Inklusions-Beziehung miteinander verbunden; es gibt zu $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ gar keine strukturfreie Punkt-Menge als Grundlage im Sinn der Mengenlehre. Bereits die Grundmenge von $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ enthält eine hierarchische Struktur. Man begegnet hier einem ersten Indiz, dass $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ inseparabel ist; im zweiten Teil des Kapitels, in § 16, anlässlich der Besprechung der nicht-separierbaren Instanzenfelder, wird das Indiz zur Gewissheit. Das ist nicht überraschend, wenn man bedenkt, dass dem Raum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ eine hierarchisch geordnete Mannigfaltigkeit von Instanzen-Punkten (alias Momenten) zugrunde liegt, und dass zusammen mit dem Raum $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$, untrennbar von diesem, auch gleich das gegeben ist, was in ihm dargestellt wird, und was den Raum so vollständig ausfüllt, dass zwischen Raum (im Sinn des Rahmens) und Objekt, nämlich Instanzen-System (im Sinn des Rahmen-Inneren) kein Unterschied mehr besteht. Raum und Rauminhalt sind bei $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ zwar nicht dasselbe, aber wesensverwandt. Vereinfacht: Der 'Raum' ist durch das, was sich in ihm befindet, vollständig bestimmt; d.h. im $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ gibt es das System $\Sigma(f\mathbb{SG})$ und *weiter nichts*.

Fazit: $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ stellt keinen 'Raum' dar, weder im Sinn der klassischen Philosophie Kants, noch im Sinn der Mathematik bzw. der modernen Nicht-Euklidischen Geometrie. Ich verwende daher im Folgenden für $\mathbb{V}'\mathbb{R}_2$ nicht länger den Terminus 'Raum', sondern statt dessen den Begriff 'Rahmen'.

---

[13] I. Kant: Kritik der reinen Vernunft, Der transzendentalen Ästhetik erster Abschnitt, von dem Raume, §2 metaphysische Erörterung dieses Begriffs, Abschnitt 2), Seite B39,A24

[14] op.cit.

[15] idem: Seiten B39|40, A25